

APPLICAZIONI DELLE GRANDEZZE PROPORZIONALI

<i>Problemi del tre semplice</i>																
<p>Problemi del tre semplice diretto: riguardano due grandezze direttamente proporzionali. Sono noti tre valori e si deve calcolare il quarto</p>	<p>La mia auto consuma 2 litri di gasolio per percorrere 36 km. Quanti litri occorrono per percorrere 180 km?</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">Litri (l)</td> <td style="text-align: center; padding: 0 10px;">D</td> <td style="text-align: center;">Distanza percorsa (km)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">↓ 2</td> <td></td> <td style="text-align: center;">↓ 36</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">↓ x</td> <td></td> <td style="text-align: center;">↓ 180</td> </tr> </table> <p>Soluzione: $2 : x = 36 : 180$ $x = \frac{2 \cdot 180}{36} = 10$ litri</p>	Litri (l)	D	Distanza percorsa (km)	↓ 2		↓ 36	↓ x		↓ 180						
Litri (l)	D	Distanza percorsa (km)														
↓ 2		↓ 36														
↓ x		↓ 180														
<p>Problemi del tre semplice inverso: riguardano due grandezze inversamente proporzionali. Sono noti tre valori e si deve calcolare il quarto</p>	<p>Per stampare 100 locandine due fotocopiatrici impiegano mezz'ora. Quanto tempo impiegano quattro fotocopiatrici identiche?</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">Tempo (minuti)</td> <td style="text-align: center; padding: 0 10px;">I</td> <td style="text-align: center;">Copiatrici (num)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">↓ 30</td> <td></td> <td style="text-align: center;">↑ 2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">↓ x</td> <td></td> <td style="text-align: center;">↑ 4</td> </tr> </table> <p>Soluzione: $30 : x = 4 : 2$ $x = \frac{30 \cdot 2}{4} = 15$ minuti</p>	Tempo (minuti)	I	Copiatrici (num)	↓ 30		↑ 2	↓ x		↑ 4						
Tempo (minuti)	I	Copiatrici (num)														
↓ 30		↑ 2														
↓ x		↑ 4														
<i>Problemi del tre composto</i>																
<p>I problemi del tre composto riguardano tre o più grandezze a due a due direttamente o inversamente proporzionali. Un problema di questo tipo si può scomporre in due o più problemi del tre semplice.</p> <p>Regola pratica: il valore incognito si ottiene moltiplicando il valore noto della grandezza di cui si vuole calcolare il valore incognito per:</p> <ul style="list-style-type: none"> - il rapporto inverso tra i valori delle grandezze a essa direttamente proporzionali; - il rapporto diretto tra i valori delle grandezze a essa inversamente proporzionali. 	<p>Un cuoco acquista 20 scatole contenenti ciascuna 10 bottiglie di olio spendendo 2000 €. Calcola quanto avrebbe speso acquistando 40 scatole contenenti ciascuna 8 bottiglie.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">Scatole</td> <td style="text-align: center; padding: 0 10px;">D</td> <td style="text-align: center;">Bottiglie</td> <td style="text-align: center; padding: 0 10px;">D</td> <td style="text-align: center;">Spesa</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">20</td> <td></td> <td style="text-align: center;">10</td> <td></td> <td style="text-align: center;">2000</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">40</td> <td></td> <td style="text-align: center;">8</td> <td></td> <td style="text-align: center;">x</td> </tr> </table> <p>Soluzione: $x = 2000 \cdot \frac{40}{20} \cdot \frac{8}{10} = 3200$ €</p>	Scatole	D	Bottiglie	D	Spesa	20		10		2000	40		8		x
Scatole	D	Bottiglie	D	Spesa												
20		10		2000												
40		8		x												

Catena o sequenza di rapporti

L'uguaglianza di tre o più rapporti si dice **catena di rapporti**.

In una catena di rapporti la somma degli antecedenti sta alla somma dei conseguenti come ogni antecedente sta al proprio conseguente

$$14:7=8:4=6:3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (14+8+6):(7+4+3)=14:7 \\ (14+8+6):(7+4+3)=8:4 \\ (14+8+6):(7+4+3)=6:3 \end{array} \right.$$

Problemi di ripartizione semplice

Richiedono di suddividere una grandezza in parti **direttamente** o **inversamente** proporzionali ad alcuni numeri.

Si risolvono applicando la **proprietà del comporre** degli antecedenti e dei conseguenti a una catena di rapporti.

Tre amici devono dividersi la somma di 790 € in parti **direttamente proporzionali** ai numeri 5, 35, 39. Quanto spetta a ciascuno?

$$x : 5 = y : 35 = z : 39 \text{ e } x + y + z = 790$$

$$(x + y + z) : (5 + 35 + 39) = x : 5$$

$$790 : 79 = x : 5$$

$$x = \frac{790 \cdot 5}{79} = 50\text{€}$$

$$790 : 79 = y : 35$$

$$y = \frac{790 \cdot 35}{79} = 350\text{€}$$

$$790 : 79 = z : 39$$

$$z = \frac{790 \cdot 39}{79} = 390\text{€}$$

Gli angoli di un triangolo sono **inversamente proporzionali** ai numeri 3, 4 e 6. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.

$$x : \frac{1}{3} = y : \frac{1}{4} = z : \frac{1}{6} \text{ e } x + y + z = 180^\circ$$

$$(x + y + z) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = x : \frac{1}{3}$$

$$180 : \frac{9}{12} = x : \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{180 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{9}{12}} = 180 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{9} = 80^\circ$$

$$180 : \frac{9}{12} = y : \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{180 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{9}{12}} = 180 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{9} = 60^\circ$$

$$180 : \frac{9}{12} = z : \frac{1}{6}$$

$$z = \frac{180 \cdot \frac{1}{6}}{\frac{9}{12}} = 180 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{9} = 40^\circ$$

Problemi di ripartizione composta

Si definiscono problemi di **ripartizione composta** quelli in cui una grandezza (oppure un numero) si deve dividere in parti **direttamente** o **inversamente proporzionali** a più gruppi di numeri

Per risolvere questi problemi di ripartizione composta (diretta e/o inversa) occorre calcolare il **prodotto delle grandezze** che entrano in gioco nelle singole incognite e poi applicare la stessa procedura illustrata per la soluzione dei problemi di ripartizione semplice

Esegui una **ripartizione composta diretta** del numero 4140 secondo 2, 5, 10 e 5, 3, 2.

Incognite	x	y	z
Primo gruppo di n°	2	5	10
Secondo gruppo di n°	5	3	2

$$x \rightarrow 2 \cdot 5 = 10$$

$$y \rightarrow 5 \cdot 3 = 15$$

$$z \rightarrow 10 \cdot 2 = 20$$

$$(x + y + z) : (10 + 15 + 20) = x : 10$$

$$4140 : 45 = x : 10$$

$$x = \frac{4140 \cdot 10}{45} = 920$$

$$4140 : 45 = y : 15$$

$$y = \frac{4140 \cdot 15}{45} = 1380$$

$$4140 : 45 = z : 20$$

$$z = \frac{4140 \cdot 20}{45} = 1840$$

Suddividi il numero 12320 in **proporzionalità diretta** ai numeri 3, 4, 5 e **inversa** ai numeri 5, 2 e 4.

Incognite	x	y	z
Primo gruppo di n°	3	4	5
Secondo gruppo di n°	1/5	1/2	1/4

$$x \rightarrow 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$y \rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$z \rightarrow 5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$(x + y + z) : \left(\frac{3}{5} + 2 + \frac{5}{4} \right) = x : \frac{3}{5}$$

$$12320 : \frac{77}{20} = x : \frac{3}{5}$$

$$x = 12320 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{77} = 1920$$

$$12320 : \frac{77}{20} = y : 2$$

$$y = 12320 \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{20}{77} = 6400$$

$$12320 : \frac{77}{20} = z : \frac{5}{4}$$

$$z = 12320 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{20}{77} = 4000$$

Percentuali

Per indicare una parte di una grandezza si può usare la **percentuale**.

La frazione con denominatore 100 che indica il tanto per cento della grandezza che si deve esprimere è detta **tasso percentuale (r)**.

La parte della grandezza corrispondente al tasso percentuale è detta **percentuale (p)**.

Calcolo del 20% di 1500 €

$20\% = \frac{20}{100}$ è il tasso percentuale

$20 : 100 = x : 1500$

$x = 300$ € è la percentuale

I Caso: trovare la **parte percentuale (p)** dati il valore totale (T) e il tasso percentuale (r)

$$p = \frac{r \cdot T}{100}$$

II Caso: trovare il **tasso percentuale (r)** dati il valore totale (T) e la parte percentuale (p)

$$r = \frac{p \cdot 100}{T}$$

III Caso: trovare il **valore totale (T)** dati il tasso percentuale (r) e la parte percentuale (p)

$$T = \frac{p \cdot 100}{r}$$

Calcola il 6% di 1024

$$p = \frac{6}{100} \cdot 1024 = 61,44$$

Se per fare una frittata devo usare 3 uova prese da un contenitore che ne ha in totale una dozzina, qual è la percentuale di uova utilizzate sul totale?

$$r = \frac{3}{12} \cdot 100 = 25\%$$

Un facchino maldestro trasporta un cartone con bicchieri di cristallo. Dopo una rovinosa caduta gli restano integri solo 5 bicchieri, il 10% del totale. Quanti erano i bicchieri in origine?

$$T = \frac{5}{10} \cdot 100 = 50$$

Elementi di matematica finanziaria (Interesse e Capitale)

L'**interesse semplice** (**I**) è il compenso che riceve chi dà in prestito un certo importo di denaro per un certo **tempo** (**t**)

Il **capitale** (**C**) è l'importo di denaro che produce l'interesse.

Il **tasso d'interesse** annuo (**r**) è l'interesse prodotto da 100 € in un anno

Formule (t espresso in anni):

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

$$r = \frac{100 \cdot I}{C \cdot t}$$

$$C = \frac{100 \cdot I}{r \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot I}{C \cdot r}$$

Se si volesse esprimere il tempo in **mesi** o **giorni**, le formule cambiano nel seguente modo:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \text{ (tempo espresso in mesi)}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} \text{ (tempo espresso in giorni)}$$

Calcola l'**interesse semplice** che frutta in 2 anni un capitale di 2850 € al tasso del 5% annuo

$$I = \frac{2850 \cdot 5 \cdot 2}{100} = 285 \text{ €}$$

Calcola il **tasso di interesse** su un capitale di 15000 € per due anni che ha fruttato un interesse di 600 €

$$r = \frac{100 \cdot 600}{15000 \cdot 2} = 2\%$$

Calcola il capitale che rende 450 € all'anno al tasso di interesse del 4,5%

$$C = \frac{100 \cdot 450}{4,5 \cdot 1} = 10000 \text{ €}$$

Calcola il tempo in anni in cui è stato impiegato un capitale di 5000 € che ha prodotto un interesse di 3330 € al tasso del 7,4%

$$t = \frac{100 \cdot 3330}{5000 \cdot 7,4} = 9 \text{ anni}$$

Calcola l'interesse prodotto dal capitale di 9600 € al 4% in **10 mesi**

$$I = \frac{9600 \cdot 4 \cdot 10}{1200} = 320 \text{ €}$$

Calcola l'interesse prodotto dal capitale di 9600 € al 4% in **18 giorni**

$$I = \frac{9600 \cdot 4 \cdot 18}{36000} = 19,20 \text{ €}$$