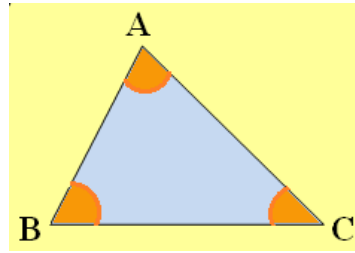


I TRIANGOLI

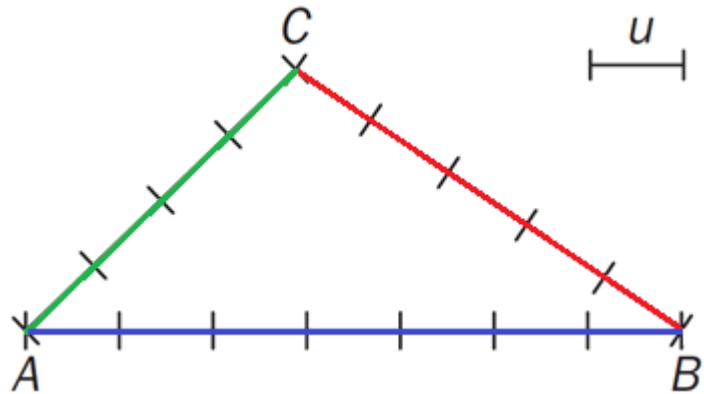
Un triangolo è un poligono con tre lati e tre angoli.



Relazione fra i lati di un triangolo

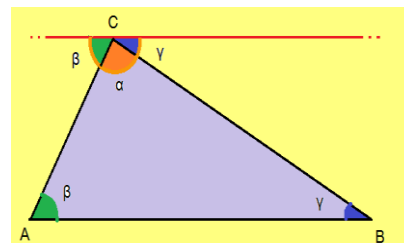
In ogni triangolo un **lato** è sempre minore della somma degli altri due e sempre maggiore della loro differenza.

$$\begin{aligned} \overline{AB} &< \overline{BC} + \overline{CA} & e & \quad \overline{AB} > \overline{BC} - \overline{CA} \\ \overline{BC} &< \overline{AB} + \overline{CA} & e & \quad \overline{BC} > \overline{AB} - \overline{CA} \\ \overline{CA} &< \overline{BC} + \overline{AB} & e & \quad \overline{CA} > \overline{BC} - \overline{AB} \end{aligned}$$

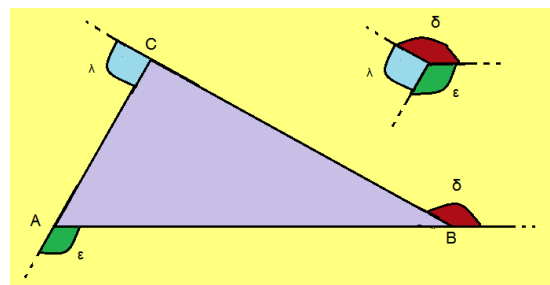


Relazione fra gli angoli di un triangolo

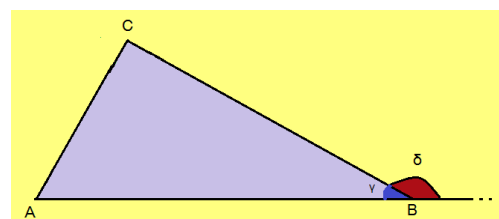
In ogni triangolo la somma degli **angoli interni** è un angolo piatto (180°).



In ogni triangolo la somma degli **angoli esterni** è un angolo giro (360°).

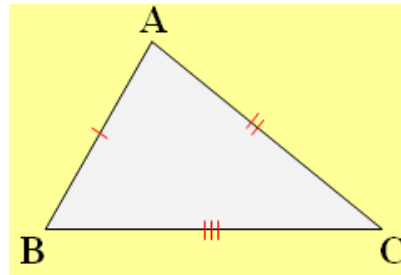


In ogni triangolo la somma di un angolo interno e del suo corrispondente angolo esterno è un angolo piatto (180°).

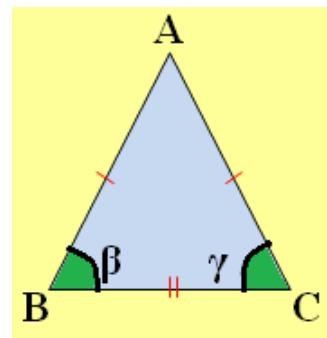


Classificazione dei triangoli rispetto ai lati

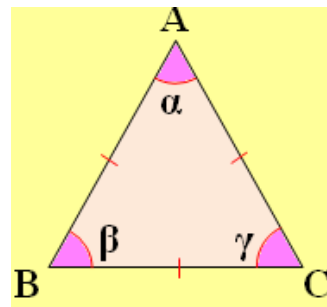
Un triangolo è **scaleno** se ha **i tre lati non congruenti**.
Gli angoli di un triangolo scaleno non sono congruenti.



Un triangolo è **isoscele** se ha **due lati congruenti**.
Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono congruenti.

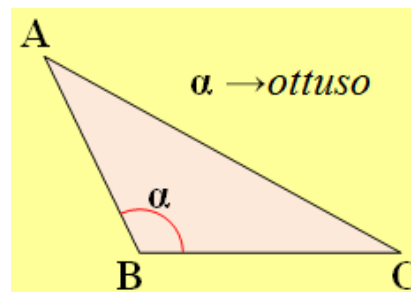


Un triangolo è **equilatero** se ha **i tre lati congruenti**.
Gli angoli di un triangolo equilatero sono congruenti.



Classificazione dei triangoli rispetto agli angoli

Un triangolo è **ottusangolo** se ha un **angolo ottuso**.

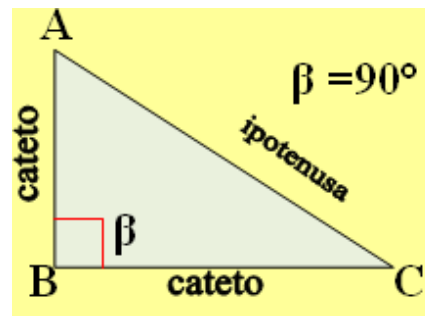


Un triangolo è *rettangolo* se ha un **angolo retto**.

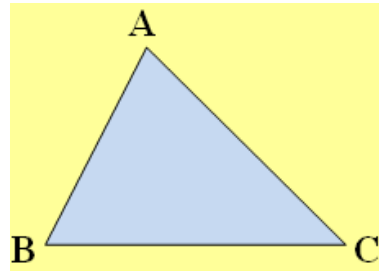
In un triangolo rettangolo il lato opposto all'angolo retto si chiama **ipotenusa**, i lati che formano l'angolo retto si chiamano **cateti**.

Gli angoli adiacenti all'ipotenusa sono complementari.

L'ipotenusa è maggiore di ciascun cateto.



Un triangolo è *acutangolo* se ha **i tre angoli acuti**.



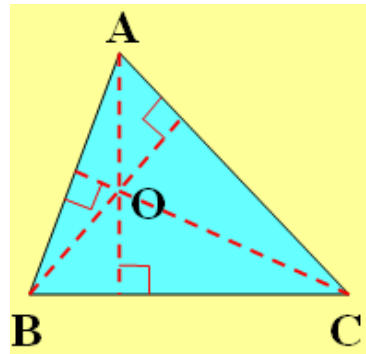
Punti notevoli di un triangolo

L'**altezza** di un triangolo relativa a un lato è il segmento di perpendicolare condotto dal un vertice opposto al lato considerato o al suo prolungamento.

Le tre altezze di un triangolo o i loro prolungamenti si incontrano in un punto detto **ortocentro** (O).

L'ortocentro è:

- interno se il triangolo è acutangolo;
- esterno se il triangolo è ottusangolo;
- coincidente con il vertice dell'angolo retto se il triangolo è rettangolo.

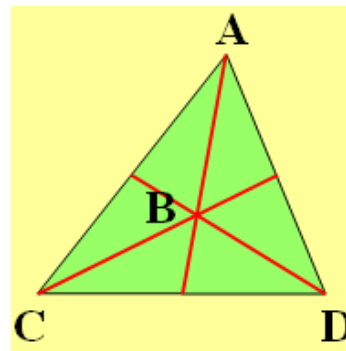


La **mediana** di un triangolo relativa a un lato è il segmento che unisce il punto medio del lato con il vertice opposto.

Le tre mediane di un triangolo si incontrano in un punto detto **baricentro** (G).

Il baricentro:

- è sempre interno al triangolo;
- divide ciascuna mediana in due segmenti tali che quello compreso tra il vertice e il baricentro è doppio rispetto all'altro.

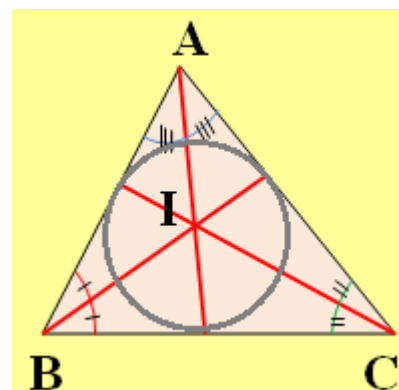


La **bisettrice** di un triangolo relativa a un angolo è una semiretta che ha origine nel vertice dell'angolo e lo divide in due parti congruenti.

Le tre bisettrici di un triangolo si incontrano in un punto detto **incentro** (I).

L'incentro è:

- sempre interno al triangolo;
- il centro della circonferenza di raggio r inscritta nel triangolo.

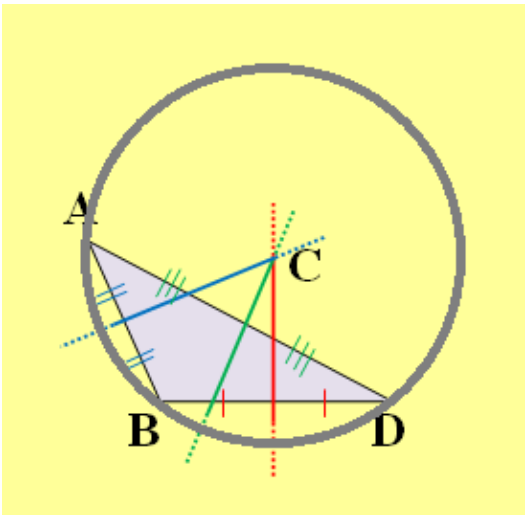


L'**asse** di un lato di un triangolo è la perpendicolare al lato passante per il suo punto medio.

I tre assi di un triangolo si incontrano in un punto detto **circocentro** (C).

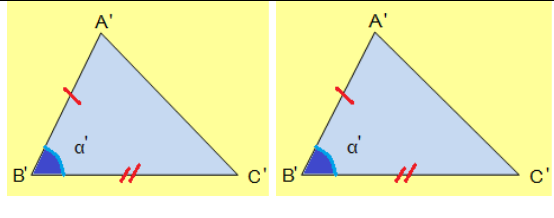
Il circocentro è:

- interno nel triangolo acutangolo;
- esterno nel triangolo ottusangolo;
- coincide con il punto medio dell'ipotenusa nel triangolo rettangolo;
- il centro della circonferenza di raggio r circoscritta al triangolo.

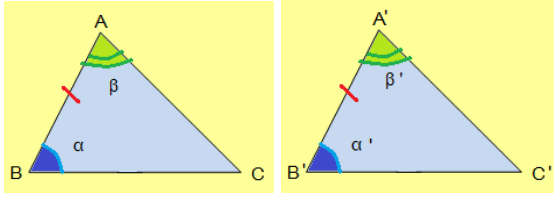


Criteri di congruenza dei triangoli

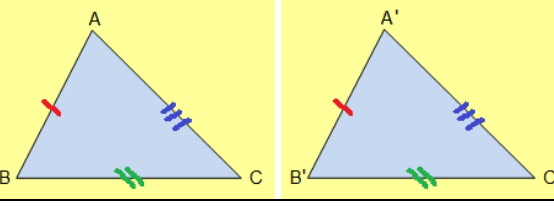
Primo criterio: due triangoli sono congruenti se hanno due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti.



Secondo criterio: due triangoli sono congruenti se hanno un lato e gli angoli ad esso adiacenti rispettivamente congruenti tra loro.



Terzo criterio: due triangoli sono congruenti se hanno i tre lati rispettivamente congruenti.



Esercizi guidati

- Si può costruire un triangolo i cui lati misurano rispettivamente 12cm;15cm; 30cm?

Il triangolo non si può costruire perché ogni lato deve essere minore della somma degli altri due:

$$12 < 15 + 30;$$

$$15 < 12 + 30;$$

$$30 > 12 + 15 = 27.$$

- Quanto misura il terzo angolo di un triangolo sapendo che:

$$\alpha = 56^\circ \quad \beta = 44^\circ \quad ?$$

Poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° si avrà:

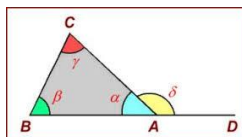
$$\gamma = (\alpha + \beta + \gamma) - (\alpha + \beta) =$$

$$= 180^\circ - (56^\circ + 44^\circ) =$$

$$= 180^\circ - 100^\circ =$$

$$= \dots\dots\dots$$

- Dato il triangolo ABC in figura, con l'angolo esterno $\delta = 121^\circ$ e l'angolo interno $\gamma = 50^\circ$, calcola l'ampiezza dell'angolo β ?



Poiché α e δ sono supplementari ($\alpha + \delta = 180^\circ$) si avrà:

$$\alpha = 180^\circ - \delta = 180^\circ - 121^\circ = 59^\circ$$

Poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° ($\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$) si avrà:

$$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma) =$$

$$= 180^\circ - (59^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 109^\circ = \dots\dots\dots$$

- In un triangolo scaleno il primo lato misura 54 cm e gli altri due sono rispettivamente $\frac{5}{6}$ e $\frac{7}{9}$ del primo. Qual è la misura del perimetro?

Il perimetro di un triangolo scaleno si ottiene sommando la misura dei lati

$$\overline{AB} = 54 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 54 : 6 \times 5 = 45 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 54 : 9 \times 7 = 42 \text{ cm}$$

$$2p_{ABC} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 54 + 45 + 42 = \dots\dots\dots$$

- In un triangolo isoscele il perimetro misura 123 cm e ciascun lato obliquo supera la base di 6 cm. Quanto misurano i lati?

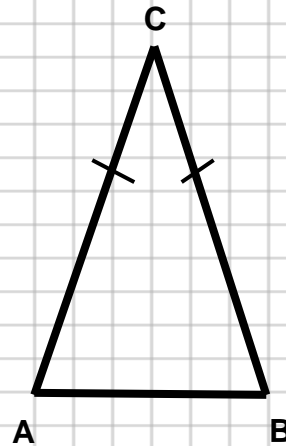
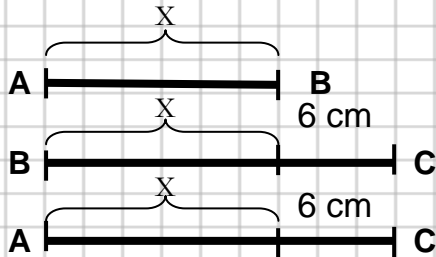
DATI:

$$2p_{ABC} = 123 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AB} + 6 \text{ cm}$$

INCOGNITE

$$\overline{AC} = ? \quad \overline{BC} = ? \quad \overline{AB} = ?$$



Dal perimetro sottraggo i 2 segmenti lunghi 6 cm, così ottengo 3 segmenti congruenti al lato \overline{AB} .

$$3\overline{AB} = 2p_{ABC} - 6 \times 2 = 123 - 12 = 111 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = 3\overline{AB} : 3 = 111 : 3 = 37 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} + 6 = 37 + 6 = 43 \text{ cm}$$

Utilizzando il metodo con le x:

$$X + X + X + 6 + 6 = 123$$

$$3X + 12 = 123$$

$$3X = 123 - 12$$

$$3X = 111$$

$$X = 111 : 3 = 37 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = X = 37 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} + 6 = 37 + 6 = 43 \text{ cm}$$