

TEOREMA DI PITAGORA

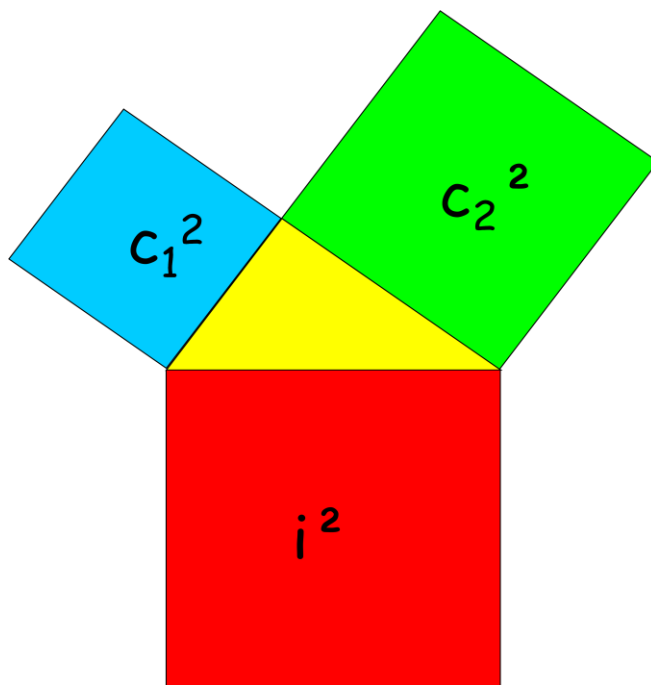
Enunciato

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti

$$i^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$c_1^2 = i^2 - c_2^2$$

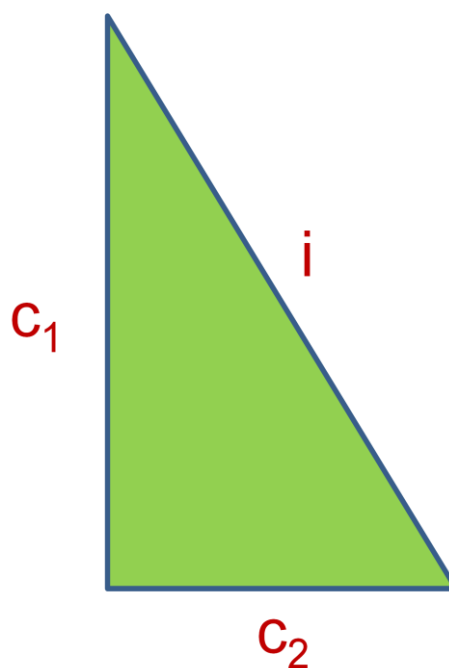
$$c_2^2 = i^2 - c_1^2$$



$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

$$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$$

$$c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$



Esempio:

I cateti di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 15 cm e 20 cm. Determina la misura dell'ipotenusa.

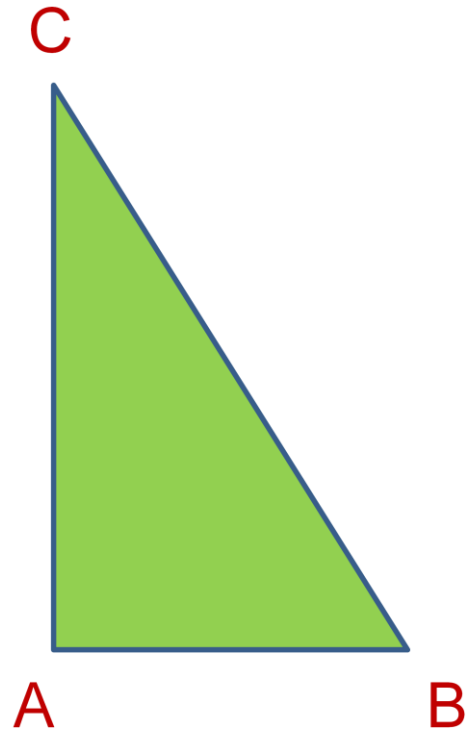
Dati

$$\overline{AB} = 15 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 20 \text{ cm}$$

Incognita

$$\overline{BC} = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

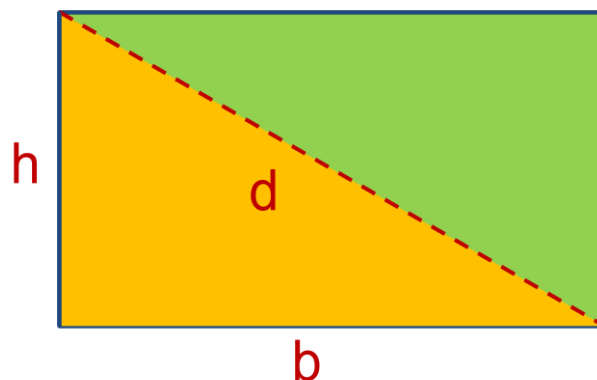
Applicazioni del Teorema di Pitagora

Rettangolo

$$d = \sqrt{b^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{d^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{d^2 - h^2}$$



Esempio:

Calcola la misura della diagonale di un rettangolo, sapendo che la base misura 4,8 cm e l'altezza misura 2 cm.

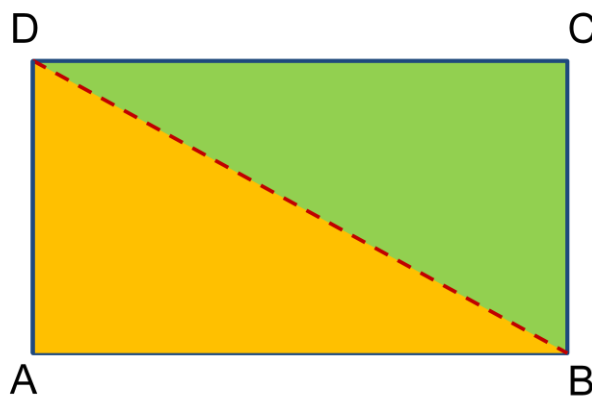
Dati

$$\overline{AB} = 4,8 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 2 \text{ cm}$$

Incognita

$$\overline{BD} = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2}$$

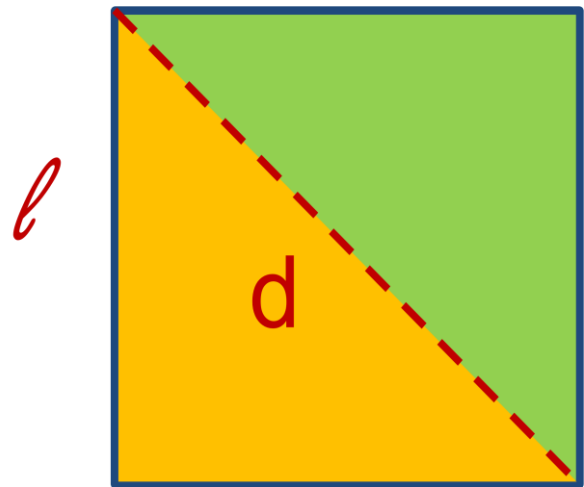
$$\overline{BC} = \sqrt{4,8^2 + 2^2} = \sqrt{23,04 + 4} = \sqrt{27,04} = 5,2 \text{ cm}$$

Quadrato

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{l^2 \times 2} \\ &= \sqrt{l^2} \times \sqrt{2} = l \times \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$l = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Le formule relative al quadrato si utilizzano per i triangoli rettangoli isosceli con gli angoli acuti di 45° .



Esempio:

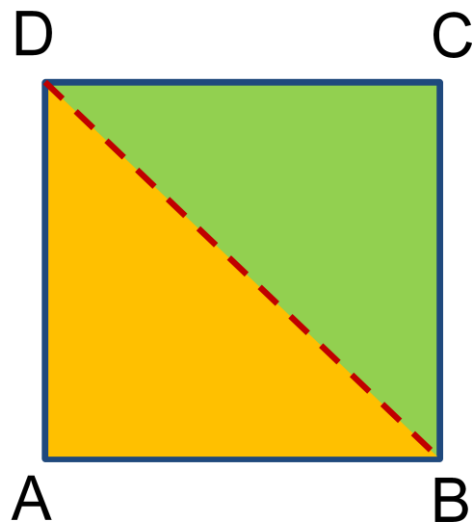
Calcola la misura della diagonale di un quadrato, il cui lato misura 8 cm

Dati

$$\overline{AB} = 8 \text{ cm}$$

Incognita

$$\overline{BD} = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \overline{AB} \times \sqrt{2}$$

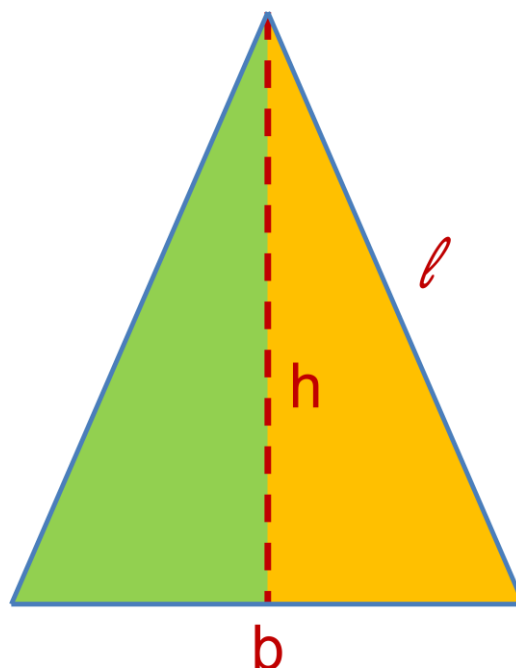
$$\overline{BC} = 8 \times \sqrt{2} = 8 \times 1,41 = 11,28 \text{ cm}$$

Triangolo isoscele

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Esempio:

In un triangolo isoscele la base misura 6 cm e l'altezza misura 4 cm; calcola la misura del perimetro.

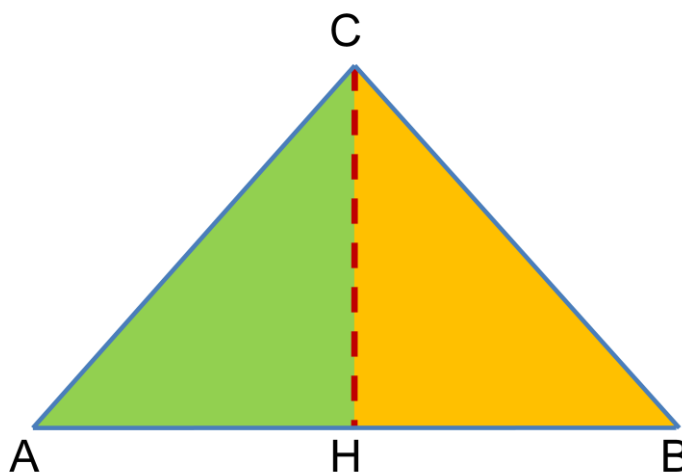
Dati

$$\overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = 4 \text{ cm}$$

Incognita

$$2p = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} \times 2$$

$$2p = 6 + 5 \times 2 = 6 + 10 = 16 \text{ cm}$$

Triangolo equilatero

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}} = \\ &= \sqrt{\frac{4l^2 - l^2}{4}} = \\ &= \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{l^2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3} \times l}{2} \end{aligned}$$

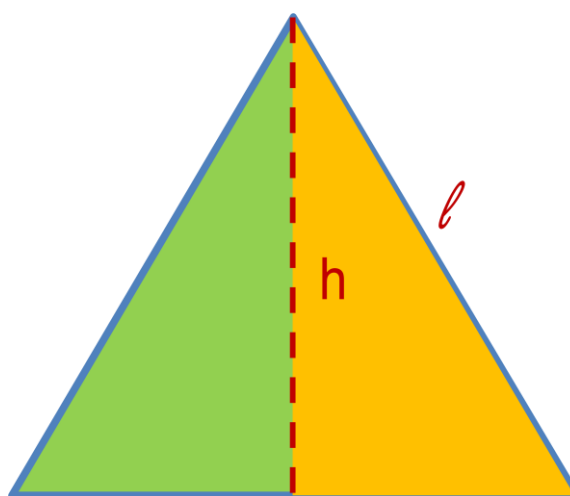
Ricorda:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

Da cui deriva:

$$l = \frac{2 \times h}{\sqrt{3}}$$

Le formule relative al triangolo equilatero si utilizzano per i triangoli rettangoli con un angolo acuto di 30° e l'altro di 60°



Esempio:

Calcola la misura dell'altezza di un triangolo equilatero sapendo che il lato misura 5 cm.

Dati

Incognita

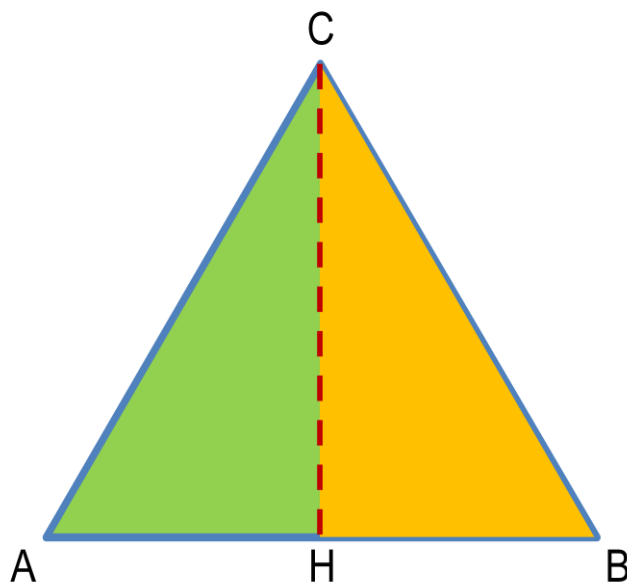
$$\overline{AB} = 5 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = ?$$

Risoluzione

$$\overline{CH} = \frac{\overline{AB} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{CH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = 0,866 \times 5 = 4,33 \text{ cm}$$

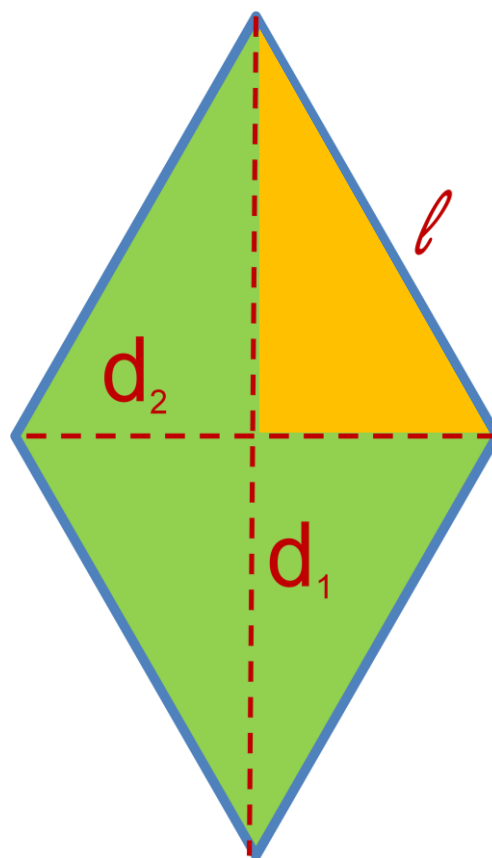


Rombo

$$l = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{d_1}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{d_2}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}$$



Esempio:

L'area di un rombo è di 1176 cm^2 e la diagonale maggiore misura 56 cm ; calcola la misura del perimetro.

Dati

Incognita

$$\overline{BD} = 56 \text{ cm}$$

$$2p = ?$$

$$A = 1176 \text{ cm}^2$$

Risoluzione

$$\overline{DB} = \frac{A \times 2}{\overline{BD}}$$

$$\overline{DB} = \frac{1176 \times 2}{56} = 42 \text{ cm}$$

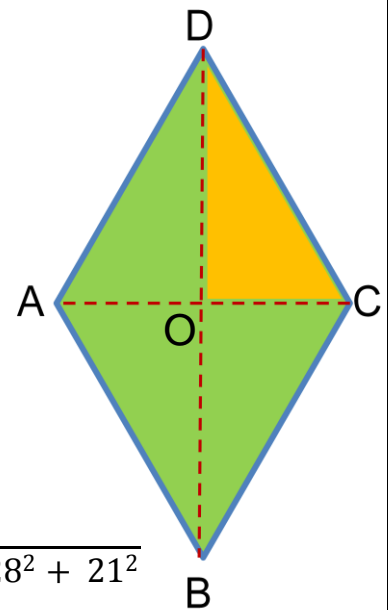
$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\overline{BD}}{2}\right)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{56}{2}\right)^2 + \left(\frac{42}{2}\right)^2} = \sqrt{28^2 + 21^2}$$

$$= \sqrt{784 + 441} = \sqrt{1225} = 35 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} \times 4$$

$$2p = 35 \times 4 = 140 \text{ cm}$$

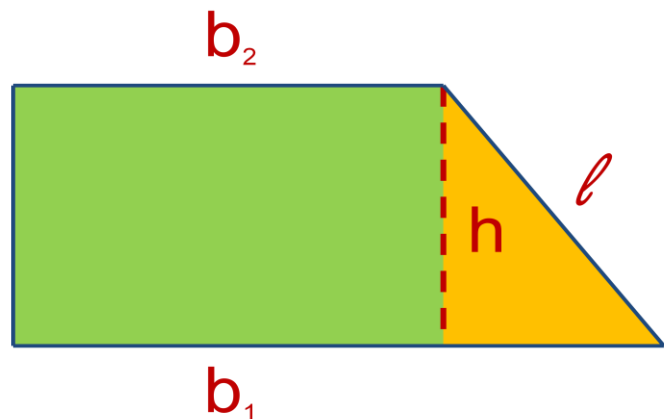


Trapezio rettangolo

$$l = \sqrt{(b_1 - b_2)^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - (b_1 - b_2)^2}$$

$$b_1 - b_2 = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Esempio:

Calcola la misura del perimetro di un trapezio rettangolo, sapendo che le due basi misurano rispettivamente 18 cm e 28 cm e l'altezza misura 24 cm.

Dati

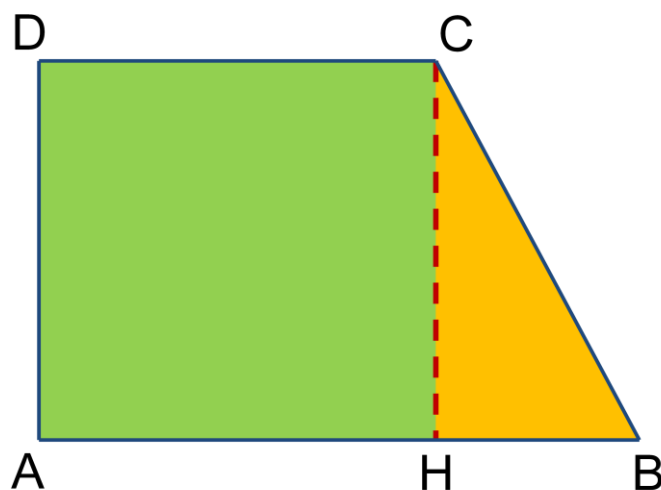
$$\overline{AB} = 28 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 18 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = 24 \text{ cm}$$

Incognita

$$2p = ?$$



Risoluzione

$$\overline{HB} = \overline{AB} - \overline{DC}$$

$$\overline{HB} = 28 - 18 = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{576 + 100} = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

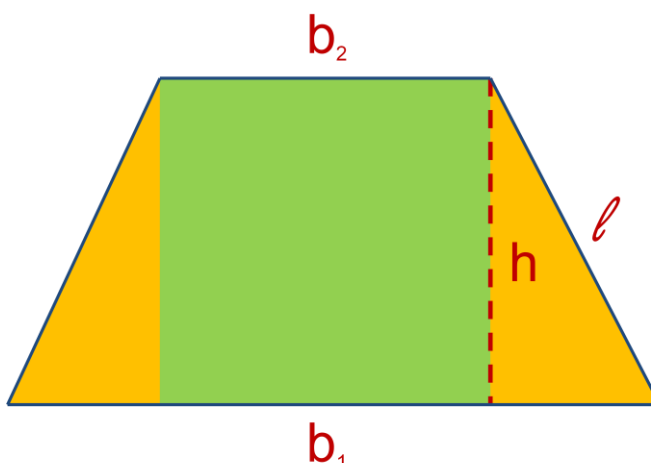
$$2p = 28 + 26 + 18 + 24 = 96 \text{ cm}$$

Trapezio isoscele

$$l = \sqrt{\left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{b_1 - b_2}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Esempio:

Calcola la misura del perimetro di un trapezio isoscele, sapendo che le due basi misurano rispettivamente 52 cm e 28 cm e l'altezza misura 9 cm.

Dati

$$\overline{AB} = 52 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 28 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = 9 \text{ cm}$$

Incognita

$$2p = ?$$



Risoluzione

$$\overline{HB} = \frac{\overline{AB} - \overline{DC}}{2}$$

$$\overline{HB} = \frac{52 - 28}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

$$2p = 52 + 15 + 28 + 15 = 110 \text{ cm}$$